Отдел образования Мозырского районного исполнительного комитета  
ГУО «Средняя школа №15 г.Мозыря имени генерала Бородунова Е.С.»

**План-конспект**

**НЕСТАНДАРТНОГО урока**

по алгебре для 10 классапо теме«Итоговое повторение

тригонометрии в 10 классе»

Выполнил:

Степанеев Николай Владимирович,

учитель математики и информатики,

ГУО «Средняя школа №15 г.Мозыря имени генерала Бородунова Е.С.»

Мозырь, 2020

***Тип урока:*** нестандартный урок закрепления знаний***.***

***Цель урока:***

* Повторить материал по тригонометрии, изученный в 10 классе; заинтересовать учащихся тригонометрическими функциями; вызвать интерес к дальнейшему их изучению.
* Предложить нестандартные вопросы, продемонстрировать ранее ускользнувшие связи тригонометрии с геометрией, алгеброй, астрономией и даже с историей.
* Обобщить знания учащихся, проверить их в игровой форме, оценить знания каждого посредством проверочных диктанта и теста.
* Развивать математическую смекалку при выполнении заданий творческого характера.

***Оборудование:***

1. Карточки с названиями команд на каждый стол.
2. Карточки с тестами.
3. Карточки с задачами для капитанов.
4. Оценочные листы для членов жюри.
5. Сводная ведомость итогов игры.

***Подготовка к уроку:***

1. Класс разбит на 4 команды, назначить капитанов команд. Название команд: «синусы», «косинусы», «тангенсы» и «котангенсы».
2. Каждой команде необходимо подготовить историческую справку о своей тригонометрической функции и пять вопросов командам противникам.
3. Выбрать жюри из числа учащихся 11 класса.
4. Подготовить оценочные листы для жюри и таблицу для отражения хода игры.

***Правила игры:***

1. За каждый правильный ответ или за существенное добавление к ответу команде начисляют 1 балл.
2. За каждое замечание по поводу дисциплины у команды отнимают один балл.
3. За неправильный ответ у команды балл не отнимают, но и не начисляют.

***Ход урока:***

***1. Организационный момент:***

Первоначальное знакомство с тригонометрическими функциями состоялось у нас в 8 классе на уроках геометрии.

Тогда мы ввели понятие **синус, косинус и тангенс**острого угла прямоугольного треугольника и узнали табличные значения этих функций для углов от 0º до 90º.

Затем в 9 классе мы расширили область определения этих функций до 180º и узнали теоремы косинусов и синусов. И, наконец, в курсе алгебре мы приступили к изучению свойств тригонометрических функций для любого угла, кроме того, ввели понятие котангенса.

И вот теперь, когда первоначальное знакомство закончено и предстоит серьёзное изучение тригонометрии, надо подвести небольшой итог.

Поэтому наш сегодняшний урок мы назовем «Знакомые незнакомцы».

И постараемся сегодня в игровой форме повторить материал по тригонометрии, изученный в 8-9 классах; ответим на нестандартные вопросы; установим ранее ускользавшие связи тригонометрии с геометрией, алгеброй, астрономией и даже с историей. А также проверим ваши знания при тестировании. Уйдя с урока, каждый получит оценку за урок.

При подготовке к уроку мы уже разбили класс на 4 команды, и каждая команда выбрала себе название и капитана.

Давайте знакомиться:

1 команда – «Синусы» и её капитан …;

2 команда – «Косинусы» - капитан …;

3 команда – «Тангенсы» - капитан …;

4 команда – «Котангенсы» - капитан ….

Каждая команда готовила домашнее задание, с которым нас обязательно познакомит. Но это чуть позже.

А сейчас разрешите познакомить с правилами игры:

Судить игру будут «Знатоки тригонометрии» из 11 класса … .

Ну, что ж, пора начинать нашу игру. Начнём её с разминки – математический диктант.

***2. Математический диктант*.** (Решение в приложение 1)

(Каждая команда выполняет ту часть задания, которая касается её функции. «Синусы» отвечают про значения функции синус, «Тангенсы» - про тангенсы и т.д.).

Рис.1

D

В

С

4

4

1

А

* 1. Дайте определение вашей тригонометрической функции для углов от 0º до 180º
  2. Составьте таблицу значений вашей тригонометрической функции для углов 30º,45º,60º.
  3. Найдите значение вашей тригонометрической функции для угла в 270º.
  4. По рис1. вычислите значение вашей тригонометрической функции углов АВС, СВD.

На единичной окружности покажите координатные углы, значение вашей функции в которых положительно. Капитанам команд сдать листочки с диктантами в жюри.

***3.***Пока жюри подводят итоги, проверяют ваши ответы и подсчитывают очки, я предлагаю вам ***задание творческого характера.***

Известно, что *sin****=****sin+(180º****-****)* и =*2R*.

Тогда верно равенство:

=*2R*.

Но тогда радиусы окружностей, описанных около треугольников *АВС* и *АСЕ* равны, т.е. *RАВС=RАСЕ*.

Рис.2

В

С

Е

А

β

β

α

Следовательно,

*Если к данному треугольнику «прибавить» равнобедренный треугольник, или от треугольника «отнять» равнобедренный треугольник, то радиус окружности, описанной около нового треугольника, будет равен радиусу окружности, описанной около данного треугольника.*

Используя это утверждение, докажите равенство *RАВЕ=RАDС*

D

Е

А

С

Решение:

I способ:

Из выведенного утверждения следует, что *RABE=RABC*  и *RADC=RABC* по свойству транзитивности *RABE=RADC*, что и требовалось доказать.

II способ:

По теореме синусов

и 

По условию *BE=CD*, значит *RABE=RADC*. Что и требовалось доказать.

***4. Слово жюри для подведения итогов.***

***5. Домашнее задание каждой команды*** – историческая справка о своей функции и пять вопросов.

(Команды выступают по очереди, приложение 2).

***6.Каждой команде нужно придумать как можно больше различных решений задачи***, условие которой изображено на рисунке. Затем команды вынесут на суд жюри все придуманные решения.

B

A

C

D

x

2

1

Некоторые варианты решений:

I. вариант:

Угол, противолежащий катету, который равен половине гипотенузы, составляет *30*0. Следовательно, . тогда и , откуда *AB=2AC*, то есть *х+1=4 и х=3.*

II. вариант:

Высота разбивает исходный треугольник на два прямоугольных треугольника. Применив к каждой из них теорему Пифагора, получим систему трех квадратных уравнений с тремя неизвестными.

*(1+х)2=ВС2+22, (1+х2)-4=ВС, (1+x2)-4=BC2,*

*22=12+CD2,3=CD2 , CD2=3,*

*BC2= CD2+x2; (1+x)2-4=3+x2; 1+2x+x2-4-3-x2=0;*

*BC2=(1+x)2-4,*

*CD=,*

*x=3.*

III вариант:

Применим дважды (для  и ) определение косинуса острого угла в прямоугольном треугольнике, получим.

, то есть *x+1=4; x=3.*

IV вариант:

 подобен , тогда их сходственные стороны пропорциональны, т.е. т.е. х=3

V вариант:

Высота прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, есть среднее пропорциональное между проекциями катетов на гипотенузу, т. е. CD2=1∙x.

По теореме Пифагора находим CD из треугольника ACD и подставляем в полученное равенство.

  *х=3.*

***7. Конкурс капитанов***

Из точки *А* к окружности с центром *О* проведены две взаимно перпендикулярные касательные *АВ* и *АС*. Прямая, проходящая через центр окружности, пересекает эти касательные в точках *М* и *К* соответственно, причем площадь прямоугольника со сторонами *ВМ* и *СК* равна площади квадрата *АВОС*. Выясните, какое тригонометрическое тождество зашифровано в этом утверждении.

 (по свойствам пропорции).

Решение:

По условию *ВМ∙КС=ОВ∙ОС,* тогда или поскольку  , получаем 

***8. Тест.***

Пока капитаны обдумывают свое решение каждая команда получает варианты теста (по одному на каждого участника). По мере выполнения заданий ученики приносят ответы в жюри, которое их сразу проверяет.

***9. Капитаны рассказывают решение задачи.***

***10. Жюри подводит итоги, сдает листы с оценками учителю.***

***11. Итоги урока, выставление оценок.***

Диктант для команды ***sin***

1. Для любого угла из промежутка *00≤≤1800* синусом угла называется ордината *y* точки *М* единичной окружности. (Или отношение ординаты точки *М* к длине радиуса).
2.   
3. *sin2700=-1.*
4.  

+

+

Диктант для команды ***cos***

1. Для любого угла  *cos* называется абсцисса *х* точки *М* единичной окружности ( или отношение абсциссы точки *М* к длине радиуса).
2. 
3. *cos2700=0.*
4. 

+

+

Диктант для команды ***tg***

1. Тангенсом угла (≠900) называется отношение (или ординаты точки *В* к ее абсциссе).
2.   
3. *tg2700 не существует*
4. 

+

+

Диктант для команды ***ctg***

1. Котангенсом угла из промежутка *(00;1800)* называется отношение (или отношение абсциссы точки к ее ординате).
2.   
3. *ctg2700=0.*
4.  

+

+

**Вопросы для команды косинусов**

1. Почему в прямоугольном треугольнике косинус острого угла всегда меньше 1? *Ответ: Поскольку катет всегда меньше гипотенузы, отношение любого катета к гипотенузе всегда меньше 1.*
2. Зависит ли косинус острого угла прямоугольного треугольника от размеров и расположения треугольника? *Ответ: Нет.*
3. как измениться косинус острого угла треугольника, если увеличить этот угол? *Ответ: косинус при этом уменьшиться.*
4. Чему равен косинус угла в 1200. Как удобнее вычислить это число? *Ответ: Если пользоваться формулами cos(1800-)=-cos, то cos1200= cos(1800-600)=-cos600=; Можно рассуждать и чисто геометрически: проекция одной из сторон треугольника, прилежащая к углу в 1200, лежит не на другой стороне, также прилежащей к этому углу, а на ее продолжении, а птому косинус углов 600 и 1200 равны по абсолютной величине и различны по знаку.*
5. Найдите катет прямоугольного треугольника по данной гипотенузе и прилежащему к этому катету острому углу. *Ответ: искомый катет равен произведению длины гипотенузы на косинус прилежащего угла.*

**Вопросы для команды синусов**

1. Назовите все известные вам формулы для вычисления синуса острого угла прямоугольного треугольника, если известны значения остальных тригонометрических отношений для этого угла.

*Ответ: *

* *

2. Пропорциональны ли стороны треугольника его углам?

*Ответ: нет, стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.*

3. Как измениться синус острого угла, если тангенс этого угла увеличиться?

*Ответ: при возрастании острого угла синус и тангенс возрастают. Следовательно, при возрастании тангенса угол увеличивается, а вместе с ним увеличивается и синус этого угла.*

4. Можно ли использовать теорему синусов для определения вида треугольника по его углам?

*Ответ: нет, поскольку синус угла от 00 до 1800 принимает только положительные значения, а потому, по синусу угла нельзя сказать, острым является угол или тупым.*

5. Отчего зависит синус острого угла треугольника? *Ответ: от градусной меры этого угла.*

**Вопросы команды тангенсов.**

1. Докажите, что тангенс и котангенс одного и того же угла – взаимно обратные числа. *Ответ: по определению tg=, ctg=, где х и у – соответственно абсцисса и ордината точки в координатной плоскости,  - угол между радиус – вектором к данной точке и положительным направлением оси абсцисс. Тогда .*
2. Выразите тангенс данного угла через синус этого угла.

*Ответ: tg=*

1. По данному острому углу  и прилежащему к нему катету ***в*** прямоугольного треугольника найдите противолежащий катет ***а***.

*Ответ: .*

1. Найдите тангенс угла наклона прямой *ах+ву=с*к положительному направлению оси абсцисс*. Ответ: tg= - *
2. Как построить угол , если *tg*=2? *Ответ: построить прямоугольный треугольник, у которого противолежащий катет в два раза больше прилежащего.*

**Вопросы команды котангенсов.**

1. Объясните с точки зрения гномоники, почему нельзя вычислить *ctg0*º?

Ответ: потому, что нет тени от гномона – Солнце ещё не взошло.

1. Почему на инженерном микрокалькуляторе, имеющем клавиши для вычисления синуса, косинуса и тангенса угла, нет клавиши для вычисления котангенса? *Ответ: такой калькулятор оснащен клавишей для вычисления числа, обратного данному, а котангенс и тангенс являются взаимообратными числами.*
2. Чему равно значение *ctg2*, если *cos*2=*n?* *Ответ: *
3. Один из семи мудрецов Древней Греции Фалес Милетский вычислил высоту одной из египетских пирамид. Он утверждал, что «когда тень от меня будет равна моему росту, то тень от пирамиды будет равна высоте пирамиды». Какое свойство котангенса использовал Фалес? *Ответ: котангенс угла зависит только от величины угла и не зависит от размеров и расположения треугольника.*
4. Используя определение котангенса острого угла в прямоугольном треугольнике, докажите формулу *ctg(90º-)=tg*.

*Ответ: применяя стандартные обозначения сторон и углов треугольника, запишем, что 90º-=; ctg =; tg=; Ctg(90º-)=tg*