Отдел образования Мозырского районного исполнительного комитета
ГУО «Средняя школа №15 г.Мозыря имени генерала Бородунова Е.С.»

**План-конспект урока**

по геометрии для 11 классапо теме«Конус. Основные определения и формулы»

Выполнил:

Степанеев Николай Владимирович,

учитель математики и информатики,

ГУО «Средняя школа №15 г.Мозыря имени генерала Бородунова Е.С.»

Мозырь, 2019

**Цель урока:**

 **Образовательная:** Сформулировать основные определения и формулы для конуса и научить применять полученные знания при решении задач практической направленности.

 **Воспитательная:** Воспитывать интерес к математике, дисциплинированность, самостоятельность, творческую активность.

 **Развивающая:** Способствовать развитию математического мышления, письменной речи, создать условия для стимулирования познавательной активности.

**План урока:**

1) Организационный момент

2) Объяснение нового материала

3) Закрепление изученного материала

4) Домашнее задание

5) Итоги урока

|  |  |
| --- | --- |
| **Действие учителя** | **Действие ученика** |
| **1.** Обратить внимание на готовность класса к проведению урока. Поздороваться и представиться классу. Отметить отсутствующих. | **1.** Соблюдать порядок, сесть за парты. |
| **2.** **1. Понятие конуса.** Пусть окружность ω(*O*, *R*) лежит в некоторой плоскости β, а прямая *FO* (*F* ∉ β) перпендикулярна этой плоскости. Через точку *F* и каждую точку окружности ω(*O*, *R*) проведем прямую. *Конической поверхностью* называется фигура, образованная этими прямыми, а сами прямые называются *образующими* конической поверхности*,* точка *F* называется ее *вершиной,* а прямая *FO* — *осью* конической поверхности (рис. 83, *а*).*Конусом* называется геометрическое тело, ограниченное конической поверхностью и кругом с границей ω(O, R) (рис. 83, б).*Основанием конуса* называется круг, границей которого служит окружность ω(*O*, *R*). *Вершиной конуса* называется вершина *S* конической поверхности.*Образующей конуса* называется отрезок (или длина этого отрезка) образующей конической поверхности, расположенный между его вершиной и основанием. Например, отрезок *FT*, *T* ∈ ω(*O*, *R*), — образующая конуса (см. рис. 83, *б*). Все образующие конуса равны между собой.*Боковой поверхностью конуса* называется фигура, образованная всеми образующими конуса.*Высотой конуса* называется отрезок *FO* (или его длина), где точка *F* — вершина конуса, а точка *O* — центр его основания, прямая *FO* называется *осью конуса.*Если конус с вершиной *F* спроектировать на плоскость основания параллельно его оси *FO*, то проекцией конуса будет круг с центром *O* и радиусом *R*, а радиусы этого круга являются проекциями образующих конуса (рис. 83, *в*).*Конус может быть получен поворотом прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов* на 360°. На рисунке 84, *а* изображен конус, полученный поворотом прямоугольного треугольника *SOC* вокруг катета *SO*. В этом случаебоковая поверхность конуса образуется поворотом гипотенузы *SC*, а круг, являющийся основанием конуса, — поворотом катета *OC*.Если плоскость проходит через высоту *SO* конуса, то сечение конуса этой плоскостью называется *осевым* и представляет собой равнобедренный треугольник, основанием которого является диаметр основания конуса, а боковыми сторонами — образующие конуса. Например, на рисунке 84, *б* изображено осевое сечение *SAB*.Если плоскость проходит через внутреннюю точку высоты *SO* конуса и перпендикулярна ей, то сечением конуса является круг, центр которого есть точка пересечения высоты и этой плоскости (рис. 84, *в*).**2. Усеченный конус.** Пусть плоскость α проходит через внутреннюю точку *O*1 высоты *SO* конуса и перпендикулярна ей. *Усеченным конусом* называется геометрическое тело, ограниченное боковой поверхностью конуса, его основанием и секущей плоскостью α, перпендикулярной оси конуса (рис. 85, *а*).*Основаниями усеченного конуса* называются основание данного конуса и круг, полученный в сечении этого конуса плоскостью α.*Высотой усеченного конуса* называется отрезок *O*1*O* (или его длина), соединяющий центры его оснований, прямая *O*1*O* называется его *осью* (рис. 85, *б*).Часть боковой поверхности конуса, ограничивающая усеченный конус, называется его *боковой поверхностью*, а отрезки образующих конуса, расположенные между основаниями усеченного конуса, называются его *образующими*.*Все образующие усеченного конуса равны между собой*. На рисунке 85, *б* изображены образующие *FK* и *TP* усеченного конуса.*Усеченный конус может быть получен при повороте на* 360° *прямоугольной трапеции вокруг ее боковой стороны, перпендикулярной к основаниям.*На рисунке 85, *в* изображен усеченный конус, полученный поворотом прямоугольной трапеции *ABCO* вокруг стороны *CO*. При этом боковая поверхность образуется поворотом боковой стороны *AB*, а основания усеченного конуса — поворотом оснований *OA* и *CB* трапеции.**3. Конус и пирамида.** *Конус* называется *вписанным в пирамиду* (пирамида *— описанной около конуса*), если основание конуса вписано в основание пирамиды, а вершины конуса и пирамиды совпадают. На рисунке 87, *а*, *б* изображенконус, вписанный в треугольную пирамиду *SABC*.*Пирамида* называется *вписанной в конус* (*конус — описанным около пирамиды*), если ее основание вписано в основание конуса, а боковые ребра являются образующими конуса. Например, на рисунке 87, *в* изображена четырехугольнаяпирамида *SABCD*, вписанная в конус.**4. Площади боковой, площадь полной поверхностей и объём конуса.**Рассмотрим вопрос о вычислении площади боковой и полной поверхности конуса и усеченного конуса.**Теорема 1** (*о площади боковой поверхности конуса*). ***Площадь боковой поверхности конуса равна произведению половины длины окружности основания на образующую (Sбок = πRl, где R — радиус основания конуса, l — образующая).***Если боковую поверхность конуса развернуть на плоскость, «разрезав» ее по одной из образующих *SB*, то в результате мы получим круговой сектор *SBB*1, который называется *разверткой боковой поверхности конуса*. Радиусполученного кругового сектора равен образующей конуса, а длина дуги сектора равна длине окружности основания конуса (рис. 89).*Площадью полной поверхности конуса* называется сумма площади боковой поверхности и площади основания. Таким образом, площадь полной поверхности конуса вычисляется по формуле *S*полн = π*R*(*l* + *R*).Теперь рассмотрим пример:**Пример №1.** Докажите, что площадь боковой поверхности усеченного конуса равна произведению полусуммы длин окружностей оснований на длину образующей (*S*бок = π(*R* + *R*1)*l*, где *R* и *R*1 — радиусы оснований, *l* — образующая).*Доказательство:*1) Пусть точка *T* — вершина конуса, из которого получен усеченный конус, *BB*1 — одна из образующих усеченного конуса, а точки *O* и *O*1 — центры его оснований, *OB* = *R*, *O*1*B*1 = *R*1. Тогда площадь боковой поверхности усеченногоконуса равна разности боковых поверхностей двух конусов, т. е. $S\_{бок} = πR ∙ TB + πR\_{1}∙ TB\_{1}=πR(TB\_{1}+BB\_{1})-πR\_{1}∙TB\_{1}$ (рис. 90, *а*, *б*).2) Так как *BB*1 = *l*, то *S*бок = π*Rl* + π(*R* − *R*1)*TB*1. Из подобия прямоугольных треугольников *TOB* и *TO*1*B*1 (рис. 90, *а*, *б*, *в*) следует, что $\frac{TB\_{1}}{TB}=\frac{R\_{1}}{R}$ или $\frac{TB\_{1}}{TB\_{1}+l}=\frac{R\_{1}}{R}$. Отсюда найдем $TB\_{1}=\frac{lR\_{1}}{R-R\_{1}}$.Таким образом,$$S\_{бок}=πRl+π\left(R-R\_{1}\right)∙\frac{lR\_{1}}{R-R\_{1}}=π\left(R+R\_{1}\right)l.$$Доказано.*Площадью полной поверхности усеченного конуса* называется сумма площадей его боковой поверхности и оснований.Следовательно, площадь полной поверхности усеченного конуса вычисляется по формуле$$S\_{полн}=πR\_{1}^{2}+πl\left(R\_{1}+R\right)+πR^{2}$$Рассмотрим вопрос о вычислении объема конуса.**Теорема 2** (*об объеме конуса*). ***Объем конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту(***$V=\frac{1}{3}πR^{2}H$ ***, где R — радиус основания конуса, H — его высота).*** | **2.** Слушают, необходимое конспектируют в тетрадь. |
| **3.** Закрепляем материал, решая задачи у доски (№448, №453, №459, №462).**№448.** Радиус основания конуса равен 2 см, а его высота равна 5 см. Вычислите площадь осевого сечения конуса.*Решение:***№453.** Точка *C* — середина высоты *TO* конуса. Вычислите длину образующей конуса, для которого точка *O* служит вершиной, а ω — граничная окружность основания, если *TO* = 8 см, а радиус *CF* окружности равен 2 см (рис. 93).*Решение:***№459.** Образующая *SA* конуса равна 5 см, а его высота *SO* — 4 см (рис. 94, *а*). Вычислите площадь боковой поверхности конуса.*Решение:***№462.** Длина образующей конуса равна 16 см. Образующая наклонена к плоскости основания под углом 30°. Вычислите площадь полной поверхности конуса.*Решение:* | **3**. Выполняют задания, предложенные учителем. |
| **4.** Домашняя работа. Стр.127, §3 (№452, № 454, №458, №463).**№452.** Две концентрические окружности с центром в середине *C* высоты конуса лежат в плоскости, перпендикулярной высоте конуса, а меньшая из них лежит на поверхности конуса. Вычислите длину большей окружности, если её радиус в два раза больше радиуса меньшей окружности. Высота конуса равна 8 см, а расстояние от центра *O* основания конуса до точки *F* на меньшей окружности равно 5 см (рис. 93, *б*).*Решение:***№454.** Длина образующей конуса равна 10 см, а высота конуса — 6 см. Вычислите радиус основания конуса.*Решение:***№458.** Осевое сечение конуса — прямоугольный треугольник, площадь которого 18 см2. Вычислите высоту и радиус основания конуса.*Решение:***№463.** Радиус основания конуса равен 9 дм, а площадь его осевого сечения — 360 дм2. Вычислите площадь боковой поверхности конуса.*Решение:* | **4.** Записывают домашнее задание. |
| **5.** Провести опрос по новой теме.1. Чего нового вы узнали на этом уроке?2. С какими для себя трудностями вы столкнулись?  | **5.** Отвечают, что нового они узнали на уроке. |